

ФОРМФАКТОРЫ НУКЛОНА И КВАРКОВ В МОДЕЛИ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ГАРМОНИЧЕСКОГО ОСЦИЛЛЯТОРА С УЧЕТОМ СПИНА КВАРКОВ

В.В.Буров, С.М.Доркин¹, А.Де Паче², П.Саракко³

Показано, что в рамках модели релятивистского гармонического осциллятора с учетом спина кварков и условия скейлинга можно описать зарядовый, магнитный и аксиальный формфакторы нуклона. Получено, что среднеквадратичный радиус нуклона равен 0,74 фм и размер кварка 0,36 фм.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Nucleon and Quark Form Factors in Relativistic Harmonic Oscillator Model

V.V.Burov, S.M.Dorkin, A.De Pace, P.Saracco

It is shown that the nucleon charge, magnetic and axial factors can be explained in the framework of relativistic harmonic oscillator model with taking into account a spin of quarks and the scaling rule. It is found that the nucleon rms radius is equal to 0.74 fm and the quark size is 0.36 fm.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

В данной работе рассмотрим электромагнитные и слабый формфакторы нуклона в рамках модели релятивистского гармонического осциллятора (МРГО). Исследования в рамках этой модели проводились в работах [1—13]. Здесь следует выделить работы [7—11], посвященные формфакторам нуклонов. В этих работах исследовались зарядовый $G_E^{p,n}(q^2)$, магнитный $G_M^{p,n}(q^2)$ формфакторы нуклонов, и, кроме того, в работе [9] изучался аксиальный формфактор нуклона $G_A(q^2)$. Важной особенностью МРГО является дипольного типа асимптотическое поведение

¹Дальневосточный государственный университет, Владивосток, Россия

²Национальный институт ядерной физики, Турин, Италия

³Национальный институт ядерной физики, Генуя, Италия

ние магнитного формфактора нуклона при $q^2 \rightarrow \infty$, что соответствует правилам кваркового счета [14,15]. Такая q^2 -зависимость появляется из-за интеграла перекрытия волновых функций внутреннего движения кварков в поле релятивистского осциллятора, объясняя лоренцевское сокращение как следствие решения уравнения МРГО с граничным условием [3] (см. также [4]). Здесь следует отметить, что для того, чтобы объяснить электромагнитные и аксиальный формфакторы нуклона, необходимо построить спин-унитарную спинорную часть волновой функции и вершинную функцию системы со спином 1/2. В работе [5] был дан метод вычисления ковариантного и калибровочно-инвариантного тока в рамках $U(12) \otimes O(3,1)$ -модели. Однако имелись определенные проблемы в этом подходе (см., например, лекции [16]). В работах [7—9] были получены ковариантный и калибровочно-инвариантный ток в случае $SU(6) \otimes O(3,1)$ -модели и было показано, что можно добиться удовлетворительного описания магнитного, зарядового и аксиального формфакторов нуклона. Однако согласие с экспериментальными данными при этом значительно хуже, чем, например, в нерелятивистской модели, учитывающей лоренцевское сжатие волновой функции нуклона [17].

Целью настоящей работы является описание формфакторов нуклона в модели релятивистского гармонического осциллятора с использованием $SU(6) \otimes O(3,1)$ -схемы получения ковариантного и калибровочно-инвариантного тока на основе предположения о том, что поведение формфакторов при $q^2 \rightarrow \infty$ определяется правилами кваркового счета [14,15] и что выполняется экспериментально наблюдае-

мый скейлинг формфакторов нуклонов $G_E^p(q^2) = \frac{G_M^p(q^2)}{\mu_p} = \frac{G_M^n(q^2)}{\mu_n}$, где $\mu_{n,p}$ — магнитные моменты нейтрона и протона.

Рассмотрим систему, состоящую из N кварков, в поле релятивистского гармонического осциллятора. Тогда волновую функцию можно представить в виде:

$$\Psi_p^{(N)}(x_1, \dots, x_N) = \hat{A} \Phi_N(x_1, x_2, \dots, x_N) U^{(N)}(\mathbf{p}). \quad (1)$$

Здесь \hat{A} — оператор антисимметризации кварков, включая цветовые степени свободы, которые для простоты явно выписывать не будем, $\Phi_N(x_1, x_2, \dots, x_N)$ — ковариантная пространственно-временная волновая функция и $U^{(N)}(\mathbf{p})$ — спиновая волновая функция (их коротко опишем ниже). Пусть волновая функция Φ_N удовлетворяет уравне-

нию Клейна — Гордона с релятивистским гармоническим осцилляторным потенциалом [1—13]

$$\left\{ \sum_{i=1}^N p_i^2 + K^2 \left[\sum_{i>j}^N \sum_{j=1}^{N-1} (x_i - x_j)^2 \right] \right\} \Phi_N(x_1, x_2, \dots, x_N) = 0, \quad (2)$$

где $p_i = -i\partial/\partial x_i$ — 4-импульс, K — осцилляторный параметр, x_i — 4-координата i -го кварка (имея в виду изоспиновую симметрию, будем считать массы кварков одинаковыми). Тогда, переходя к координатам центра масс X и внутренним переменным r_0, \dots, r_{N-1} , представим уравнение (2) в виде:

$$\begin{aligned} (P^2 - M_p^2) \Phi_{Nq}(r_0, r_1, \dots, r_{N-1}, P) &= 0, \\ M_p^2 &= -2\alpha_N a_{\mu i}^+ a_{\mu i} = 0, \quad \alpha_N = KN\sqrt{N}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $a_{\mu i}$, $a_{\mu i}^+$ — операторы рождения и уничтожения частиц. Решение данного уравнения (с учетом условия Такабаяши [3], необходимого для устранения нефизических колебаний по координате относительного времени $P^\mu a_{\mu i}^+ \Phi_{Nq} = 0$) будет иметь следующий вид:

$$\Phi_N(r_0, r_1, \dots, r_{N-1}, P) = \left(\frac{\alpha_N}{\pi N} \right)^{N-1} \exp \left(\frac{\alpha_N}{2N} K^{\mu\nu} \sum_{i=1}^{N-1} r_{\mu i} r_{\nu i} \right), \quad (4)$$

$$\Phi_N(x_1, x_2, \dots, x_N) = \exp [iP_\mu X_\mu] \Phi_N(r_0, r_1, \dots, r_{N-1}, P), \quad (5)$$

где P — полный импульс системы и $K^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} - 2P^\mu P^\nu / P^2$. Спиновую волновую функцию в движущейся системе можно построить (см. работы [8—12]), преобразовав нерелятивистскую спиновую волновую функцию в лабораторной системе. Это можно проделать двумя способами. Первый способ — преобразовать волновую функцию каждого кварка отдельно как дираковский спинор, используя уравнение Барманна — Вигнера. Второй — преобразовать волновую функцию всей системы как целое (так называемое минимальное преобразование Паули), т.к. при этом волновая функция имеет минимальное число компонент. Второй путь, по-видимому, предпочтительнее, т.к. в отличие от первого способа позволяет получить зарядовый формфактор нейтрона не равным тождественно нулю. Далее мы будем рассматривать второй способ, следуя работе [12]. Тогда спиновая волновая функция $U^{(N)}(P)$ может быть представлена в виде:

$$U^{(N)}(\mathbf{P}) = B(\mathbf{P})U^{(N)}(0),$$

$$B(\mathbf{P}) = \exp \left[\frac{b}{2|\mathbf{P}|} \rho_1(\mathbf{P} \cdot \vec{\sigma}) \right] = \exp [\rho_1 b H], \quad (6)$$

где $H = (\mathbf{P}\vec{\sigma})/2|\mathbf{P}|$, $b = \cosh^{-1} P_0/M$, и $\vec{\sigma} \equiv \sum_{i=1}^N \vec{\sigma}_i$, $\vec{\sigma}_i$ — матрицы Паули i -го кварка и $U^{(N)}(0)$ — волновая функция в лабораторной системе:

$$U^{(N)}(0) = \begin{pmatrix} \chi \\ 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

(здесь χ — нерелятивистская спиновая функция системы). Следуя работам [6,9,12], запишем электромагнитный ток в виде:

$$I_{em} = \int \prod_{i=1}^N dx_i \sum_k^N j_{k\mu}(x_1, \dots, x_N) A_\mu(x_k), \quad (8)$$

где

$$j_{k\mu}(x_1, \dots, x_N) = -i\bar{\Psi}^{(N)} N e_k \times \left[g_E(q^2) \frac{\vec{\partial}}{\partial x_{k\mu}} + i g_M(q^2) \sigma_{\mu\nu}^k \left(\frac{\vec{\partial}}{\partial x_{k\nu}} + \frac{\overleftarrow{\partial}}{\partial x_{k\nu}} \right) \right] \Psi^{(N)}. \quad (9)$$

Здесь $\Psi^{(N)}$, $\bar{\Psi}^{(N)}$ — начальная и конечная волновые функции N -кварковой системы (2), e_k — заряд k -го кварка, $\sigma_{\mu\nu}^k$ — спиновые матрицы k -го кварка ($\sigma_{ij}^k \equiv \varepsilon_{ijl} \sigma_l^k$, $\sigma_{i4}^k = \sigma_{4i}^k \equiv \rho_1 \sigma_i^k$). В предположении неточечности кварков определим $g_E(q^2)$ и $g_M(q^2)$ как зарядовый и магнитный формфакторы кварков ($q = p' - p$ — переданный 4-импульс для N -кварковой системы с начальным (конечным) 4-импульсом p_μ (p'_μ)). Подставляя волновую функцию (5) в уравнения для тока (8), (9) и вычисляя интегралы по переменным кварков x_1, \dots, x_N , получаем эффективный ток для N -кварковой системы с p_μ (p'_μ) и спиновой компонентой $s(s')$:

$$\langle p' s' | J_\mu^{(N)}(0) | p s \rangle = \frac{f^{(N)}(q^2)}{\sqrt{2p_0 p'_0}} \sum_{k=1}^N (\bar{U}_{s'}^{(N)}(p') \Gamma_{k,\mu} U_s^{(N)}(p)), \quad (10)$$

где

$$\Gamma_{k,\mu} = \left[(p_\mu + p'_\mu) I_N(q^2) g_E(q^2) - i N g_M(q^2) \sigma_{\mu\nu}^k q_\nu \right]. \quad (11)$$

$$\Gamma_{k,\mu} = \left[(p_\mu + p'_\mu) I_N(q^2) g_E(q^2) - iN g_M(q^2) \sigma_{\mu\nu}^k q_\nu \right]. \quad (11)$$

Здесь интегралы по пространственно-временным переменным имеют следующий вид:

$$I^{(N)}(q^2) = \frac{1}{(1 + q^2/2M^2)^{(N-1)}} \exp \left[-\frac{N-1}{4\alpha_N} \left(\frac{q^2}{1 + q^2/2M^2} \right) \right], \quad (12)$$

$$I_N(q^2) = \frac{1 + Nq^2/2M^2}{1 + q^2/2M^2}, \quad (13)$$

где M — масса системы. Используя (6) и волновую функцию в лабораторной системе (7), преобразуем (10) для трехкварковой системы и получим окончательные выражения для формфакторов нуклона. Так, для магнитного формфактора протона и нейтрона имеем:

$$F_M^p(q^2) = \frac{G_M^p(q^2)}{\mu_p} = \frac{G_M^n(q^2)}{\mu_n} = g_M(q^2) I^{(3)}(q^2), \quad (14)$$

для электрического формфактора протона получаем выражение

$$F_E^p(q^2) = G_E^p(q^2) = \left[\left(1 + \frac{q^2}{2M^2} \right) I_3(q^2) g_E(q^2) - \frac{3q^2}{4M^2} g_M(q^2) \right] I^{(3)}(q^2) \quad (15)$$

и, наконец, для электрического формфактора нейтрона:

$$F_E^n(q^2) = \frac{q^2}{2M^2} g_M(q^2) I^{(3)}(q^2). \quad (16)$$

Можно также вычислить аксиальный формфактор нуклона $F_A(q^2) = G_A(q^2)/G_A(0)$ (определение и детали вычислений можно найти в работе [9]):

$$F_A(q^2) = G_A(q^2)/G_A(0) = g_E(q^2) I_3(q^2) I^{(3)}(q^2). \quad (17)$$

Отметим, что в $SU(6)$ -модели магнитный момент протона $\mu_p = 3$, а нейтрона $\mu_n = -2$, что отличается от соответствующих экспериментальных значений $\mu_p = 2,7928474$ и $\mu_n = -1,91304275$. Поэтому при дальнейшем анализе экспериментальных формфакторов нуклона последние будем нормировать на 1 при $q^2 = 0$. В выражениях (13) и (14—17) $M = 0,93828$ ГэВ — масса нуклона.

Далее проанализируем выражения для магнитного и зарядового формфакторов нуклона. Из условия скейлинга следует, что $F_M^p(q^2) = F_E^p(q^2)$. Отсюда легко получить выражение для зарядового формфактора кварка $g_E(q^2)$:

$$g_E(q^2) = \frac{(1 + 3q^2/4M^2)(1 + q^2/2M^2)}{(1 + q^2/4M^2)(1 + 3q^2/2M^2)} g_M(E). \quad (18)$$

Согласно правилам кваркового счета [14,15] формфактор нуклона при $q^2 \rightarrow \infty$ убывает как q^{-4} . При $q^2 \rightarrow \infty$ $F_M^p(q^2) \sim g_M(q^2)/q^4$, поэтому естественно предположить, что $g_M(q^2) = 1$, оставляя при этом возможность модифицировать асимптотическое поведение формфакторов за счет введения дополнительного, например, логарифмического убывания $g_M(q^2)$ при $q^2 \rightarrow \infty$.

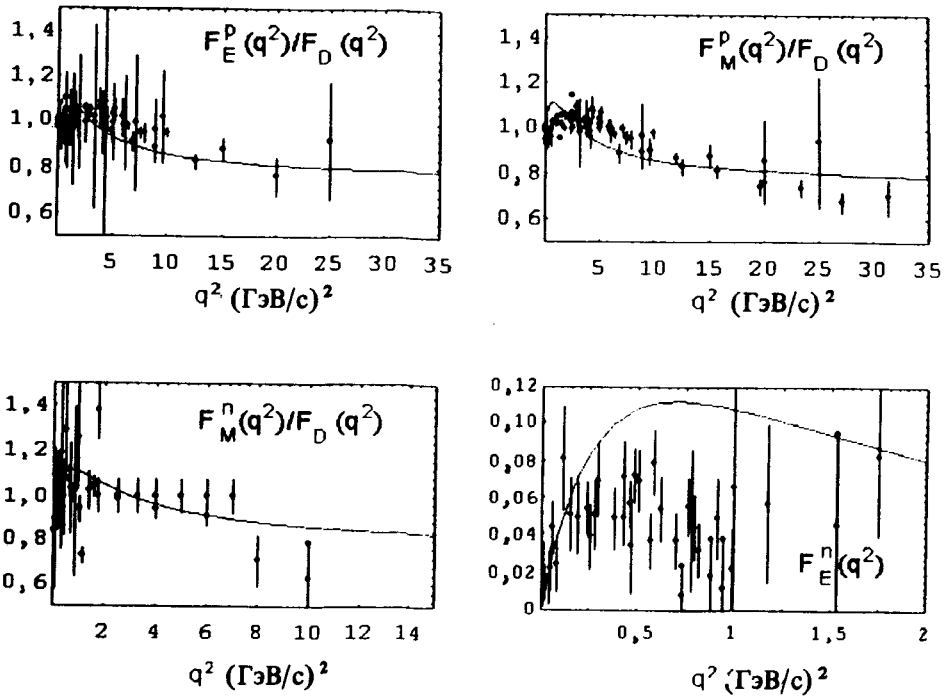


Рис.1. Отношение нормированных формфакторов нуклона $F_{E,M}^{p,n}(q^2)$ к дипольному формфактору (19). Экспериментальные данные взяты из работ [19—34]

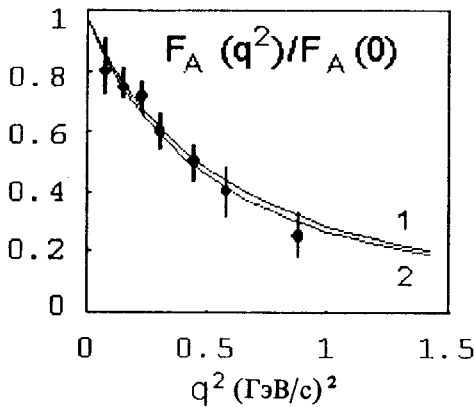


Рис.2. Нормированный аксиальный форм-фактор нуклона $F_A(q^2) = G_A(q^2)/G_A(0)$. Кривая 1: расчет по модели МРГО (17), 2 – дипольный фит (19) [37]. Точки — BNR-анализ из работы [38].

[35] и [36]) отношения формфакторов нуклона в модели МРГО к известному дипольному формфактору:

$$E_D(q^2) = \frac{1}{(1 + q^2/\Lambda_{E,A}^2)^2}, \quad (19)$$

где для электромагнитных формфакторов $\Lambda_E^2 = 0,71$ (ГэВ/с)² и для аксиального $\Lambda_A^2 = 1,02$ (ГэВ/с)² [37].

Напомним, что зарядовый и магнитный формфакторы подгонялись к экспериментальным данным (первые два графика на рис.1), а остальные получены без дополнительных параметров. Видно хорошее согласие с магнитным и зарядовым формфакторами нейтрона.

Также наблюдается хорошее согласие аксиального формфактора нуклона (17) с экспериментом [37,38] (рис.2). Причем последний прямо зависит от зарядового формфактора кварка (18).

Используя уравнения (15), (14) и (18), оценим размеры нуклона $\bar{r}_{(p,n)} = \sqrt{\langle r_{(p,n)}^2 \rangle} = \sqrt{6(1/2\alpha_3 + 1/M^2)}$ и кварка $\bar{r}_q = \sqrt{\langle r_q^2 \rangle} = \sqrt{3/M^2}$. Отсюда получаем, что $\bar{r}_{(p,n)} = 0,74$ фм, что согласуется с экспериментальными данными, и $\bar{r}_q = 0,36$ фм.

Осцилляторный параметр определим из фитирования (14) к экспериментальным данным для магнитного и зарядового формфакторов протона. Этот параметр оказался равным $\alpha_3 = 0,42$ ГэВ/с², что согласуется с результатами работы [9].

Далее вычислим по формуле (15) теоретическое значение наклона электрического формфактора при $q^2 = 0$: $dF_E^n(q^2)/dq^2|_{q^2=0} = 0,022$, что соответствует известному экспериментальному значению $0,0202 \pm 0,0003$ фм² [18]. На рис.1 и 2 показано сравнение с экспериментальными данными [19—34] (см. также работы

Представленная модель позволяет довольно просто объяснить совокупность экспериментальных данных по формфакторам нуклона при использовании всего одного подгоночного параметра. Этот факт позволяет надеяться на то, что в данной модели хорошо описывается структура нуклона. При этом приходится использовать предположение о неточечности кварков, которое может быть в дальнейшем проверено в других процессах (например, можно вычислить сильную πNN -вершину, формфакторы Δ -изобары, структурные функции и др.). Кроме того, данная модель легко обобщается на случай систем с числом кварков больше трех.

Литература

1. Yukawa H. — Phys. Rev., 1953, v.91, p.416.
2. Марков М.А. — Гипероны и К-мезоны. М.: Физматгиз, 1958.
3. Takabayashi T. — Phys. Rev.B, 1965, 139, B1381; Suppl. Prog. Theor. Phys., 1979, 67, p.1.
4. Fujimura K., Kobayashi T., Namiki M. — Prog. Theor. Phys., 1971, 51, p.1152.
5. Feynman R.P., Kisslinger M., Ravndal F. — Phys. Rev. D, 1971, 3, p.2706.
6. Lipes R.G. — Phys. Rev. D, 1972, 5, p.2849.
7. Blagojevic M., Lalovic D. — Prog. Theor. Phys., 1974, 51, p.1152.
8. Ishida S., Matsuda A., Namiki M. — Prog. Theor. Phys., 1977, 57, p.210.
9. Saito S. — Prog. Theor. Phys., 1977, 58, p.1802.
10. Kizukuri Y. et al. — Prog. Theor. Phys., 1979, 61, p.559.
11. Kizukuri Y. et al. — Prog. Theor. Phys., 1980, 64, p.1478.
12. Honzawa N. et al. — Prog. Theor. Phys., 1985, 73, p.1502.
13. Burov V.V. et al. — In: Relativistic Nuclear Physics & Quantum Chromodynamics, ed. by Baldin A.M., Burov V.V., Kaptari L.P., World Scientific, 1990, p.266.
14. Matveev V.A., Muradyan R.M., Tavkhelidze A.N. — Lett. Nuovo Cim., 1973, 7, p.719.
15. Brodsky S., Farrar G. — Phys. Rev. Lett., 1973, 31, p.1153.
16. Feynman R.P. — In: Photon-Hadron Interactions, W.A.Benjamin, Inc., Reading, Massachusetts, 1972.
17. Beyer M., Singh S.K. — Phys. Lett., 1985, 150B, p.26.
18. Koester L. et al. — Phys. Rev. Lett., 1976, 36, p.1021.
19. Rock S. et al. — Phys. Rev. Lett., 1982, 49, p.1139.
20. Bartel W. et al. — Phys. Lett., 1972, 39B, p.407.
21. Budnitz R.J. et al. — Phys. Rev., 1968, 173, p.1357.

22. Stein P. et al. — Phys. Rev. Lett., 1966, 16, p.592.
23. Danning J.R. et al. — Phys. Rev., 1966, 141, p.1286.
24. Hughes E.B. et al. — Phys. Rev. B, 1965, 139, p.458.
25. Akerlof C.W. et al. — Phys. Rev. B, 1964, 135, p.810.
26. Albrecht W. et al. — Phys. Lett., 1968, 26B, p.642.
27. Berger Ch. et al. — Phys. Lett., 1971, 35B, p.87.
28. Bartel W. et al. — Phys. Lett.B, 1970, 33B, p.245.
29. Bartel W. et al. — Nucl. Phys. B, 1973, B58, p.429.
30. Albrecht W. et al. — Phys. Rev. Lett., 1966, 17, p.1192.
31. Janssens T. et al. — Phys. Rev., 1965, 142, p.922.
32. Kirk P.N. et al. — Phys. Rev. D, 1973, 8, p.63.
33. Hansen K. et al. — Phys. Rev. D, 1973, 8, p.753.
34. Bosted P. et al. — In: Relativistic Nuclear Physics & Quantum Chromodynamics, ed. by Baldin A.M., Burov V.V., Kaptari L.P., World Scientific, World Scientific, 1990, p.276.
35. Gari M., Krümpelmann W. — Phys. Lett. B, 1984, 141, p.295.
36. Blatnik S., Zovko N. — Acta Physica Austriaca, 1974, 39, p.62.
37. Miller K.L. et al. — Phys. Rev. D, 1982, 26, p.537.
38. Amaldi E. et al. — Springer Tracts in Modern Physics, v.83, Berlin, 1979.

Рукопись поступила 15 июня 1992 года.